

出力オーバーサンプリングによる軸ねじれ系の不確かさの閉ループ同定

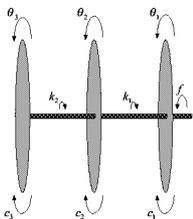
80121681 河崎 博一

指導教員 佐野 昭

1 はじめに

軸ねじれ系を制御する上で、より良い性能の制御器を設計するには、制御対象の動特性を知ることが必要不可欠である。さらにロバスト制御には、よりタイトな「不確かさ」を必要とする。本論文では、出力オーバーサンプリングによる、軸ねじれ系の「公称系」および「不確かさ (モデル化誤差の上界)」の閉ループ同定法を述べ、実験とシミュレーションにより有効性を示す。

2 同定対象の記述



この対象を運動方程式で表すと、
 $J_1\ddot{\theta}_1 + c_1\dot{\theta}_1 + k_1\theta_1 - k_1\theta_2 = f(t)$
 $J_2\ddot{\theta}_2 + c_2\dot{\theta}_2 + (k_1 + k_2)\theta_2 - k_1\theta_1 - k_2\theta_3 = 0$
 $J_3\ddot{\theta}_3 + c_3\dot{\theta}_3 + k_2\theta_3 - k_2\theta_2 = 0$
 となる。

本研究で用いた実験機の公称値は $J_1 = 0.0025$, $J_2 = J_3 = 0.0019$ [kg·m²], $c_1 = 0.007$, $c_2 = c_3 = 0.001$ [N·s/m], $k_1 = 2.7$, $k_2 = 2.6$ [N/m] である。

本論文では、モータ角速度 $\omega_1 = \dot{\theta}_1$ をフィードバック制御している状況下で、入力電圧 V からトルク f までのハードウェアゲイン k_{hw} を含めた、入力電圧から ω_1 までの伝達関数 $G(s)$ を同定することを考える。

3 直接法による閉ループ同定

軸ねじれ系と制御器の伝達関数表現を次式で与えられているとする (T モデル)。

$$\frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} = \frac{b_{\tau_T} z^{-\tau_T} + \dots + b_{n_b} z^{-n_b}}{1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_{n_a} z^{-n_a}}, \quad \frac{Q(z^{-1})}{P(z^{-1})} = \frac{q_0 + \dots + q_{n_q} z^{-n_q}}{1 + \dots + p_{n_p} z^{-n_p}}$$

ここで、 $z = e^{sT}$, $\tau_T \geq 1$ はプラントのむだ時間である。

- プラントおよび制御器の次数が既知。
- プラントのむだ時間は $\tau_T \leq 1$ で既知。
- 雑音信号は目標値とテスト信号と互いに独立でエルゴードな定常過程とする。

と仮定すると、対象の入出力信号 $V(m), \omega_1(m)$ を用いた直接法での閉ループ同定の可同定性条件として

$$n_c > n_b - \tau_T, \quad \text{or} \quad n_d > n_a - \tau_T$$

が必要となるが、制御器の設計が制御対象の低次元モデルを公称モデルとして設計されることを考えるとほとんど現実には満たされない。

4 出力オーバーサンプリングによる閉ループ同定

図1に示すように、制御サンプリング間隔 T の $1/p$ でプラント出力を高速サンプリングし、これを $y(k\Delta)$ とする。 $p\Delta$ 毎にサンプルされた出力は制御器へ入力されるの

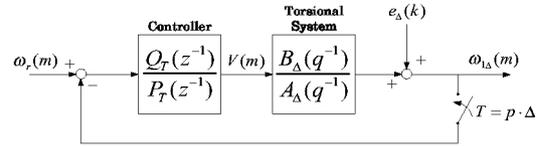


図1: オーバーサンプリングした閉ループ系

で、制御器の設計自体にはオーバーサンプリングは全く影響を与えない。サンプリング間隔 Δ で表現したプラントモデルを $B_\Delta(q^{-1})/A_\Delta(q^{-1})$ (Δ モデル) とする。ただし、 $q^{-1} = e^{-\Delta s}$ とおく。 Δ -モデルで記述される軸ねじれ系は

$$\omega_{1\Delta}(k) = \frac{B_\Delta(q^{-1})}{A_\Delta(q^{-1})} V_\Delta(k) + \frac{\Gamma_\Delta(q^{-1})}{A_\Delta(q^{-1})\Pi_\Delta(q^{-1})} \varepsilon_\Delta(k)$$

と表せ、予測誤差法 (PEM) により同定することができる。

5 一般化直交基底関数を用いた不確かさの同定

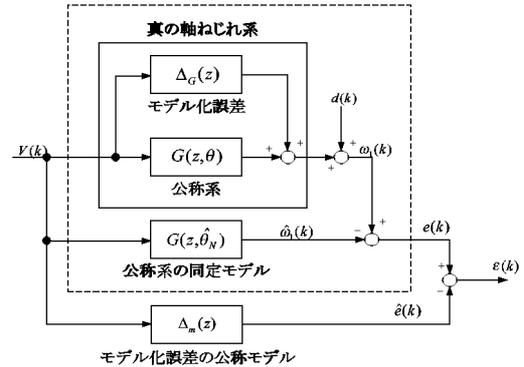


図2: 公称系とモデル化誤差の同定

図2に示すように、公称モデルを $G(z, \theta)$ とおき、モデル化誤差 $\Delta(z)$ においては一般化直交基底関数 $[1]F_i(z)$ を用いて

$$\Delta(z) = \sum_{i=0}^{\infty} g_i F_i(z) V(z) \quad (1)$$

で表現し、モデル化誤差の公称モデル $\Delta_n(z)$ は (1) を n 次で打ち切ったものとする。同定目的は、十分に大きな N 個の入出力データが与えられたとき、

$$\left| G(e^{j\omega}) - G(e^{j\omega}, \hat{\theta}_N) \right| \leq M_N(e^{j\omega})$$

を満たす公称モデル $G(e^{j\omega}, \hat{\theta}_N)$ のパラメータ推定値 $\hat{\theta}_N$ と、その不確かさのハードバウンド $M_N(e^{j\omega})$ を求めることである。

図2に基本的な考え方を示す。まず、軸ねじれ系の公称モデル $G(z, \theta)$ を、出力オーバーサンプリングを用いた同定により同定する。この場合、公称モデルの精度が要

求される周波数帯域に重みをかけるためにローパスフィルタ $L(z)$ を利用した予測誤差規範

$$J = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (L(z)(\omega_1(k) - \hat{\omega}_1(k)))$$

を最小にするように、 $\hat{\theta}$ を求める。

次に、SM 同定を適用することでモデル化誤差 $\Delta(z)$ の上界を同定する。図より

$$\begin{aligned} e(k) &= G(z)V(k) + v(k) - G(z, \hat{\theta})V(k) \\ &= [G(z, \theta) + \Delta_G(z)]V(k) - G(z, \hat{\theta})V(k) + v(k) \\ &= \Delta_n(z)V(k) + [\Delta_G(z) - \Delta_n(z)]V(k) \\ &\quad + [G(z, \theta) - G(z, \hat{\theta})]V(k) + v(k) \end{aligned} \quad (2)$$

と表せる。(2) 式の右辺の 2 項から 4 項までを

$$\begin{aligned} w(k) &= [\Delta_G(z) - \Delta_n(z)]V(k) \\ &\quad + [G(z, \theta) - G(z, \hat{\theta})]V(k) + v(k) \end{aligned}$$

とおくと、(2) 式は、

$$e(k) = \Delta_n(z)V(k) + w(k), |w(k)| \leq \rho$$

となる。このことから、 $e(k), V(k), \rho$ を用いて SM 同定により $\Delta_n(z)$ のモデル集合を同定することができる。

事前情報として与えられた極を用いた一般化直交基底関数 $F_i(z)$ により $e(k)$ を

$$\begin{aligned} e(k) &= \sum_{i=0}^n g_i F_i(z)V(k) + w(k) \\ &= \varphi^T(k)\theta + w(k) \end{aligned}$$

とし、式誤差 $w(k)$ は $|w(k)| \leq \rho$ で有界であるとする。また、 $\theta^T = [g_0, \dots, g_n]$ 、 $\varphi^T(k) = [V(k), V_1(k), \dots, V_n(k)]$ とする。ここでは ρ は既知とする。これらより、パラメータベクトル θ のとりうる領域は、各時刻において成立する不等式の交わり

$$\Omega(N, \rho) = \bigcap_{k=1}^N \{ \theta : |e(k) - \varphi^T(k)\theta| \leq \rho \}$$

により与えられる。この不等式を

$$\Omega(N, \rho) = \left\{ \theta : \begin{bmatrix} \varphi^T(1) \\ -\varphi^T(1) \\ \vdots \\ \varphi^T(k) \\ -\varphi^T(k) \end{bmatrix} \theta \leq \begin{bmatrix} e(1) + \rho \\ -e(1) + \rho \\ \vdots \\ e(k) + \rho \\ -e(k) + \rho \end{bmatrix} \right\} \quad (3)$$

の拘束条件の下で、線形計画問題

$$\bar{\theta}_i = \max_{\theta \in \Omega(N, \rho)} e_i^T \theta, \quad i = 1, 2, \dots, n+1$$

$$\underline{\theta}_i = \min_{\theta \in \Omega(N, \rho)} e_i^T \theta, \quad i = 1, 2, \dots, n+1$$

を解くことにより、超直方体近似したパラメータ領域を同定することができる。ただし、 $e_i = [0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0]$ 、

ここまでは式誤差の上界 ρ を既知としてきたが、本論文ではデータに矛盾しないパラメータ集合のうち、最小なモデル集合を同定するために以下のモデルバリデーションに基づいた同定法を採用する。

1. 適当な上界値 $\hat{\rho}$ を定める。

2. (1) の拘束条件の下で、

$$\max_{\theta \in \Omega(N, \rho)} \varphi^T(k)\theta, \quad \min_{\theta \in \Omega(N, \rho)} \varphi^T(k)\theta$$

で与えられる線形計画問題を各時刻で解く。

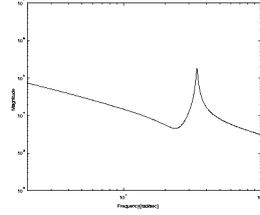


図 3: 開ループ同定での 3 次の公称系

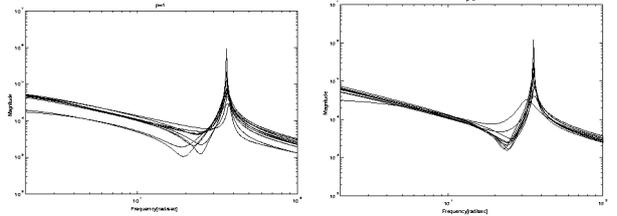


図 4: オーバーサンプリングしない場合の 3 次の公称系
図 5: オーバーサンプリングした場合の 3 次の公称系

3. 各時刻 $k = 1, 2, \dots, N$ において

$$\min_{\theta \in \Omega(N, \hat{\rho})} \varphi^T(k)\theta \leq e(k) \leq \max_{\theta \in \Omega(N, \hat{\rho})} \varphi^T(k)\theta \quad (4)$$

が成立しているかどうかをチェックする。もし (4) が全時刻で成立すれば $\hat{\rho}$ を小さくして 2 に戻る。成立していなければ $\hat{\rho}$ を大きくして 2 に戻る。

2~3 を繰り返すことで、最小の $\hat{\rho}$ を探索する。

6 開ループ同定実験結果

制御のサンプリング周期を 5[ms] に設定し、同定実験を 10 回行った。結果は図 3~図 7 に示した。に示した。

7 結論

実験により、出力オーバーサンプリングにより軸ねじれ系を開ループ同定することができた。また、シミュレーションにより提案法である一般化直交基底関数を用いた SM 同定を実現することができた。

参考文献

- [1] P. M. J. Van den Hof *et al.* : System Identification with Generalized Orthonormal Basis functions, Automatica, Vol.31, No.12, 1821/1834 (1995)

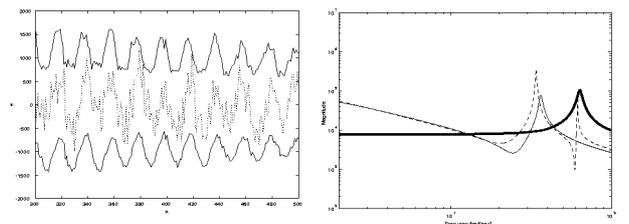


図 6: モデルバリデーション
図 7: 太線: モデル化誤差の上界, 実線: 3 次の公称系, 点線: 5 次の公称系