

# プラグイン適応制御手法に基づくサンプル値制御系の設計

## Design Method of Sampled Data Control Systems Based on Plug-in Adaptive Control Method

81017459 矢島健太郎 (Kentaro Yajima)

Supervisor: 大森浩充 (Hiromitsu Ohmori)

### 1. 序論

回転動力の機械システムなどの実際の制御対象には、周期性外乱が混入する場合が多く存在する。本稿で取り上げるプラグイン制御器は、外乱除去のための制御器を配置するにあたり、既存のフィードバックループを再構成する必要がなく、周期性外乱を適応的に除去することができる。従来のプラグイン適応制御器は外乱周波数が既知であるという仮定のもとで設計が行われていたが [3]、実際の現場では外乱の周波数の情報が事前に得られないという場合が数多く存在する。そこで、本論文では周波数が未知な周期性外乱を適応的に除去するために周波数推定機構を併合した離散時間プラグイン適応制御器について述べる。

### 2. 問題設定

はじめにプラグイン適応制御器の構成にあたり問題の設定を行う 図 1 に本稿で扱う制御系の概略図を示す。ここで

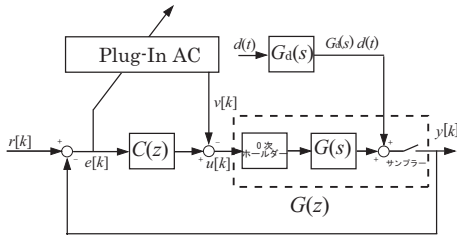


図 1: プラグイン適応制御系の概略

$G(s)$  を連続時間制御対象、 $G_d(s)$  を外乱伝達関数、 $C(z)$  を離散時間フィードバックコントローラとする。さらに  $y(t)$ ,  $d(t)$ ,  $u[k]$ ,  $v[k]$ ,  $e[k]$ ,  $r[k]$  という信号はそれぞれシステムの出力、未知の周波数を持つ周期性外乱で外乱伝達関数  $G_d(s)$  への入力、制御入力、外乱除去のための制御入力、入出力誤差、目標値を表している。なお、このように連続時間制御対象を離散信号を用いて制御する制御方式をまとめてサンプル値制御という。このような制御系に対していくつかの仮定を与える。

仮定 1 外乱は次のような未知の周波数を持つ正弦波信号とし、 $d[k]$  は  $d(t)$  をサンプリング周波数  $T$  でサンプリングした離散信号とする。

$$d(t) = \theta_s \sin \omega t + \theta_c \cos \omega t = \theta^T \zeta(t) \quad (1)$$

ここで、 $\theta$  および  $\zeta(t)$  はそれぞれ以下のように定義される。

$$\theta \triangleq [\theta_s \quad \theta_c]^T, \quad \zeta[t] \triangleq [\sin \omega t \quad \cos \omega t]$$

(1) 式の  $\theta$  は、未知で一定の振幅を要素に持つベクトル、 $\zeta$  は未知で一定の角周波数を持つ正弦波信号を要素に持つベクトルである。

仮定 2 連続時間の制御対象の零点に対して、次式が成立する。

$$G(j\omega) \neq 0$$

仮定 3 フィードバック制御器  $C(z)$  はプラント  $G(z)$  を安定化するように設計されているものとする。

仮定 4 外乱伝達関数  $G_d(s)$  は、安定で未知であるとする。

仮定 5 エリアスを防ぐため外乱の角周波数  $\omega$  の上界は  $\omega \leq \frac{T}{2}$  とする。

これら仮定 1~仮定 5 より次の誤差システムを得る。

$$e[k] = W(z) [v[k] - \theta_*^T \zeta[k]] \quad (2)$$

ただし、 $W(z) \triangleq G(z)/(1 + G(z)C(z))$ 、 $\theta_*$  は (2) 式を満たすパラメータベクトルとする。

### 3. プラグイン適応制御器の構成

(2) 式で表される誤差システムに対してプラグイン適応制御器の構造を次の様に提案する。

$$v[k] = \hat{\theta}^T[k] \hat{\zeta}[k] \quad (3)$$

$$\hat{\theta}[k] = \Gamma(z) x[k] \quad (4)$$

$$T\hat{\omega} = \frac{g_\omega}{z-1} x_1 \quad (5)$$

$$\hat{\alpha} = \frac{k_\alpha (z - z_\alpha)}{z-1} T\hat{\omega} \quad (6)$$

ここで、 $\hat{\theta}[k]$ ,  $\hat{\zeta}[k]$  は  $\theta_*$ ,  $\zeta[k]$  の推定値とし、 $\Gamma(z)$ ,  $x[k]$  をそれぞれ以下のように定義する。

$$\Gamma(z) \triangleq \begin{bmatrix} \mu \frac{1}{z-1} \Gamma'(z) & 0 \\ 0 & \mu \frac{1}{z-1} \Gamma'(z) \end{bmatrix}$$

$$x[k] \triangleq [x_1[k] \quad x_2[k]]^T$$

$$\triangleq W^{-1}(\hat{\omega}[k]) e[k] \begin{bmatrix} \sin \hat{\alpha}[k] & \cos \hat{\alpha}[k] \end{bmatrix}^T$$

ここで  $W_{freq}(\omega)$  は以下のような  $2 \times 2$  の関数行列

$$W_{freq}(\omega) \triangleq \frac{1}{2} \begin{bmatrix} W_R(\omega) & -W_I(\omega) \\ W_I(\omega) & W_R(\omega) \end{bmatrix}$$

で、 $W_R$  と  $W_I$  は誤差伝達関数  $W(z)$  の周波数応答の実部と虚部である。

### 4. 安定条件の導出

本論文では Averaging Analysis[4] という近似手法を用いて安定条件を導出する。まず (4)-(6) 式に関して誤差パラメータを

$$\tilde{\theta}_s[k] \triangleq \hat{\theta}_s[k] - \theta_{s*}$$

$$\tilde{\theta}_c[k] \triangleq \hat{\theta}_c[k] - \theta_{c*}$$

$$\varepsilon \tilde{\omega}[k] \triangleq \hat{\omega}[k] - \omega$$

$$\tilde{\alpha}[k] \triangleq \hat{\alpha}[k] - \alpha$$

(7)

と記述し、さらに適応ゲインやパラメータも  $\varepsilon$  を含む形に書き改める。

$$\mu \triangleq \varepsilon \mu', \quad g_\omega \triangleq \varepsilon^2 T g'_\omega, \quad k_\alpha \triangleq \frac{1}{\varepsilon T} k'_\alpha \quad (8)$$

すると (3)-(6) 式, (7)-(8) 式より次の誤差システムを得る .

$$\begin{bmatrix} X_s[k+1] \\ X_c[k+1] \\ \tilde{\theta}_s[k+1] \\ \tilde{\theta}_c[k+1] \\ \tilde{\omega}[k+1] \\ \tilde{\alpha}[k+1] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_s[k] \\ X_c[k] \\ \tilde{\theta}_s[k] \\ \tilde{\theta}_c[k] \\ \tilde{\omega}[k] \\ \tilde{\alpha}[k] \end{bmatrix} + \varepsilon \begin{bmatrix} A'_\Gamma X_s[k] + B_\Gamma x_1[k] \\ A'_\Gamma X_c[k] + B_\Gamma x_2[k] \\ C_\Gamma X_s[k] + D_\Gamma x_1[k] \\ C_\Gamma X_c[k] + D_\Gamma x_2[k] \\ g'_\omega x_1[k] \\ T\tilde{\omega}[k] + g'_\omega k'_\alpha x_1[k] \end{bmatrix} \quad (9)$$

ここで,  $[A_\Gamma \ B_\Gamma \ C_\Gamma \ D_\Gamma]$  は  $\mu'\Gamma'(z)$  の最小実現で,  $A'_\Gamma = \frac{A_\Gamma - I}{\varepsilon}$ ,  $B'_\Gamma = \frac{B_\Gamma}{\varepsilon}$  とする . このような誤差システムに対して次の補題を得る .

補題 1 (9) 式の *Averaged* システムは次式で与えられる .

$$\begin{bmatrix} X_{s\_av}[k+1] \\ X_{c\_av}[k+1] \\ \tilde{\theta}_{s\_av}[k+1] \\ \tilde{\theta}_{c\_av}[k+1] \\ \tilde{\omega}_{av}[k+1] \\ \tilde{\alpha}_{av}[k+1] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{s\_av}[k] \\ X_{c\_av}[k] \\ \tilde{\theta}_{s\_av}[k] \\ \tilde{\theta}_{c\_av}[k] \\ \tilde{\omega}_{av}[k] \\ \tilde{\alpha}_{av}[k] \end{bmatrix} + \varepsilon \begin{bmatrix} A'_\Gamma X_{s\_av}[k] + B_\Gamma x_{1\_av}[k] \\ A'_\Gamma X_{c\_av}[k] + B_\Gamma x_{2\_av}[k] \\ C_\Gamma X_{s\_av}[k] + D_\Gamma x_{1\_av}[k] \\ C_\Gamma X_{c\_av}[k] + D_\Gamma x_{2\_av}[k] \\ g'_\omega x_{1\_av}[k] \\ T\tilde{\omega}_{av}[k] + g'_\omega k'_\alpha x_{1\_av}[k] \end{bmatrix} \quad (10)$$

ここで  $x_{1\_av}[k]$ ,  $x_{2\_av}[k]$  はそれぞれ

$$\begin{bmatrix} x_{1\_av}[k] \\ x_{2\_av}[k] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_{s*} + \tilde{\theta}_{s\_av}[k] - \theta_{s*} \cos(\tilde{\alpha}_{av}[k]) - \theta_{c*} \sin(\tilde{\alpha}_{av}[k]) \\ \theta_{c*} + \tilde{\theta}_{c\_av}[k] - \theta_{c*} \cos(\tilde{\alpha}_{av}[k]) + \theta_{s*} \sin(\tilde{\alpha}_{av}[k]) \end{bmatrix}$$

と表される .

また,  $\tilde{\varphi}[k]$  は  $W(z)$  の出力を  $y[k]$  として実現した時の状態変数  $\varphi[k]$  とその推定値の誤差とし,  $\chi[k], \chi_{av}[k]$  をそれぞれ次のように定義しておく .

$$\chi[k] \triangleq [X_s[k] \ X_c[k] \ \tilde{\theta}_s[k] \ \tilde{\theta}_c[k] \ \tilde{\omega}[k] \ \tilde{\alpha}[k]]^T$$

$$\chi_{av}[k] \triangleq [X_{s\_av}[k] \ X_{c\_av}[k] \ \tilde{\theta}_{s\_av}[k] \ \tilde{\theta}_{c\_av}[k] \ \tilde{\omega}_{av}[k] \ \tilde{\alpha}_{av}[k]]^T$$

(9), (10) 式に対して次のような仮定を与える .

仮定 6  $W_R(\omega)$  と  $W_I(\omega)$  は連続で  $\omega$  に関してリプシッツ連続である .

仮定 7  $[0, \text{fix}(T/\varepsilon)]$  の区間において,  $\chi[0]$  と  $\tilde{\varphi}[0]$  は  $\chi_{av} \in B_{h'}$  を満足する . ただし,  $\text{fix}(T/\varepsilon)$  という関数は  $T/\varepsilon$  の整数部分を返す関数である .

仮定 8  $\tilde{\alpha}_{av}$  は  $\cos(\tilde{\alpha}_{av}[k]) \approx 1$ ,  $\sin(\tilde{\alpha}_{av}[k]) \approx \tilde{\alpha}_{av}[k]$  と近似できる範囲にあるものとする .

このような仮定を満たす時, 安定条件に関して次の補題を得る .

補題 2 仮定 6~8 を満たす時, (3)~(6) 式で表されるプラグイン制御器は次の 2 つの線形システムとして考える事が出来る .

$$T\tilde{\omega}_{av}[k] = \frac{g_\omega}{z-1} \left\{ \frac{1}{\Gamma'(z)-1} \theta_{c*} \tilde{\alpha}_{av}[k] \right\} \quad (11)$$

$$\tilde{\theta}_{av}[k] = \Gamma(z) \{ \tilde{\theta}_{av}[k] - \theta_* \tilde{\alpha}_{av}[k] \} \quad (12)$$

よって提案したプラグイン適応制御器の安定条件は仮定 6~8 を満たし, (11), (12) 式双方を安定化するようにパラメータを決定する事で得られる .

## 5. 数値シミュレーション

今回提案したプラグイン適応制御器の有効性を確認するためにアクティブサスペンションのモデルを用いてシミュレーションを行った . 外乱  $d(t)$  は

$$d(t) = \begin{cases} 0 & 0 \leq t < 5 \\ 0.5 \sin \omega_1 t & 5 \leq t < 15 \\ 0.5 \sin \omega_2 t & 15 \leq t < 25 \\ 0.5 \sin \omega_1 t & 25 \leq t < 35 \\ 0.5 \sin \omega_3 t & 35 \leq t < 45 \\ 0.5 \sin \omega_1 t & 45 \leq t \leq 55 \end{cases}$$

とし, 未知な外乱伝達関数  $G_d(s)$  の影響で振幅位相が変化する . 制御を行わない場合 ( $u[k] = 0$ ) とプラグイン適応制御器を用いた場合の出力  $y(t)$  を次に示す .

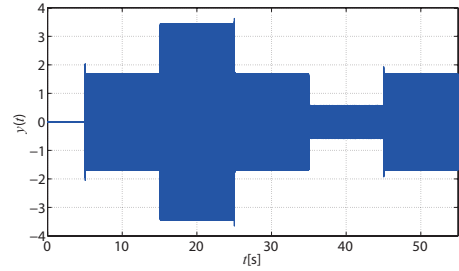


図 2: 制御入力  $u[k] = 0$  の場合の  $y(t)$

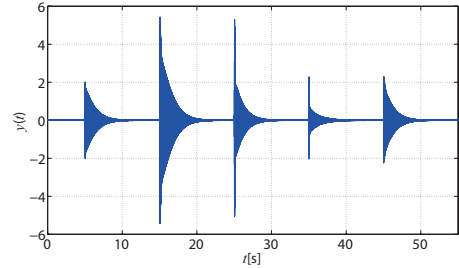


図 3: プラグイン適応制御器を用いた  $y(t)$

## 6. 結論

本論文では, 周波数推定機構を併合したプラグイン適応制御器を提案し, 安定条件の導出を行い, 実際のモデルを用いたシミュレーションを行い有効性を確認した . 図 2,3 からわかるようにプラグイン適応制御器を用いる事で, 外乱は適応的に除去できる事がわかる .

### 参考文献

- [1] Kentaro Yajima, Hiromitsu Ohmori, Analysis of discrete-time plug-in adaptive control systems using frequency estimation, Proceedings of SICE Annual Conference, Tokyo, 13-18 Sept, 2011, 2910 - 2914
- [2] Kentaro Yajima, Hiromitsu Ohmori, Design method of discrete-time Plug-in adaptive systems for periodic disturbance compensation, Proceedings of IEEE Multi-Conference on Systems and Control, Yokohama, Japan, September 8-10, 2010, 240 - 244
- [3] 矢島健太郎, 大森浩充, 周波数推定を用いたプラグイン適応制御手法, 第 11 回適応学習制御シンポジウム学会資料, 2011 年 1 月 24 日 ~ 25 日, 7-10
- [4] ER-WEI BAI, LI-CHEN FU, S. SHANKAR SASTRY, Averaging analysis for discrete time and sampled data adaptive systems, IEEE TRANSACTIONS ON CIRCUITS AND SYSTEMS, 1988, 137-148