2003-05-05

非線形時間遅れシステムに対する適応NN制御

Adaptive Neural Network Control for Nonlinear Time-Delay Systems

80223098 西野正修 (Masanobu Nishino) Supervisor 大森浩充 (Hiromitsu Ohmori)

1 はじめに

化学反応系，温度・濃度調節系，遠距離通信系，交通システムなどむだ時間を含むシステムは数多く存在し，また，むだ時間制御の研究も活発に行われている．現在までに，Lyapunov-Razumikhin 関数や Lyapunov-Krasovskii 汎関数を用いて，未知のむだ時間を含むアフィン系に対する適応制御系の設計法が提案されている． 本論文では，より一般的に，不確かなむだ時間と未知のパラメータを含むノンアフィン系に対する適応制御系を，ニューラルネットワークを利用し設計する。提案手法の安定性解析を行うとともに，その有用性を数値シミュレーションにより確認する．

2 問題設定

(1) のような非線形ノンアフィンシステムを考える．

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = x_3 \\ \quad \vdots \\ \dot{x}_n = f(\boldsymbol{x}, u) + h(\boldsymbol{x}_t) \\ y = x_1 \end{cases} \tag{1}$$

ここで，$\boldsymbol{x} = [x_1, x_2, \cdots, x_n]^T$，$\boldsymbol{x}_t = [x_{t1}, x_{t2}, \cdots, x_{tn}]^T$，$x_{ti} = x_i(t-\tau_i)$ とする．また未知のむだ時間 τ_i は $\tau_i > 0$ である．さらに，$\boldsymbol{x} \in R^n$ はシステムの状態，$u \in R$ は制御入力，$y \in R$ は出力，$f(\cdot): R^{n+1} \to R$, $h(\cdot): R^n \to R$ は未知の非線形関数とする．

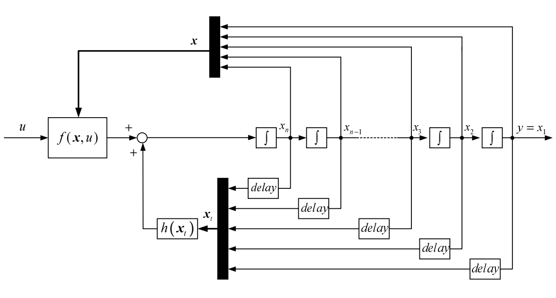

図 1: システムのブロック線図

仮定 1 $(\boldsymbol{x}, u) \in R^{n+1}$ において $f(\boldsymbol{x}, u)$ が C^1 である．また，$f(\boldsymbol{x}, u)$ は入力 u に対して滑らかな関数である．

仮定 2 すべての $(\boldsymbol{x}, u) \in R^{n+1}$ において $\partial f(\boldsymbol{x}, u)/\partial u \neq 0$ である．そして，その符号は既知である．

仮定 3 規範信号 $y_d(t), y_d^{(1)}(t), y_d^{(2)}(t), \cdots, y_d^{(n)}(t)$ は滑らかであり有界である．

仮定 4 未知の時間遅れ τ_i は，$\tau_i \le \tau_{max}$ を満たす．ここで，τ_{max} は既知の定数である．

仮定 5 未知で滑らかな関数 $h(\boldsymbol{x}_t)$ は $|h(\boldsymbol{x}_t)| \le \rho(\boldsymbol{x}(t-\tau_{\max}))$ を満たす．$\rho(\cdot)$ は既知の関数である．

3 状態フィードバック制御

規範信号 $\boldsymbol{x}_d$ と追従誤差 $\boldsymbol{\zeta}$ を次のように定義する．

$$\boldsymbol{x}_d = \left[y_d, \dot{y}_d, \cdots, y_d^{(n-1)}\right]^T \qquad \boldsymbol{x}_d \in R^n \tag{2}$$

$$\boldsymbol{\zeta} = \boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}_d \tag{3}$$

このとき，フィルターを通した追従誤差は (4) となる．

$$e = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Lambda} & 1 \end{bmatrix}^T \boldsymbol{\zeta} \tag{4}$$

ここで，$\boldsymbol{\Lambda} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & \lambda_2 & \cdots & \lambda_{n-1} \end{bmatrix}^T$ であり，λ_i は，フルビッツの安定多項式 $s^{n-1} + \lambda_{n-1}s^{n-2} + \cdots + \lambda_1$ の係数とすると $e(t) \to 0$ のとき，$\boldsymbol{\zeta} \to 0$ となる．したがって，誤差方程式は次のように記述することができる．

$$\dot{e} = f(\boldsymbol{x}, u) + h(\boldsymbol{x}_t) - y_d^{(n)}(t) + \begin{bmatrix} 0 & \boldsymbol{\Lambda} \end{bmatrix}^T \boldsymbol{\zeta} \tag{5}$$

また，次の連続関数を定義する．

$$\mathrm{sat}(e) = \begin{cases} 1 - \exp\left(-{}^{e}\!/_{\gamma}\right), e > 0 \\ -1 + \exp\left({}^{e}\!/_{\gamma}\right), e \le 0 \end{cases} \tag{6}$$

ここで，γ は正の定数である．(5) に $k_v e + k_v \mathrm{sat}(e)$ を加えて引き，ν を $\nu = k_v e + k_v \mathrm{sat}(e) - y_d^{(n)}(t) + [\ 0 \quad \boldsymbol{\Lambda}\ ]^T \boldsymbol{\zeta}$ と定義すると，(7) を得る．

$$\dot{e} = f(\boldsymbol{x}, u) + h(\boldsymbol{x}_t) + \nu - k_v e - k_v \mathrm{sat}(e) \tag{7}$$

ここで (8) のようなスカラー関数を考える．

$$V_e = \frac{1}{2}e^2 \tag{8}$$

(8) の微分は，仮定 5 と Young の不等式より (9) を満たす．

$$\dot{V}_e \le \frac{1}{2}e^2 + \frac{1}{2}\rho^2\left(\boldsymbol{x}(t-\tau_{\max})\right) + e\nu - k_v e^2 - k_v \mathrm{sat}(e)e \quad (9)$$

さらに (10) の Lyapunov-Krasovskii 汎関数を考える．

$$V_U = \frac{1}{2}\int_{t-\tau_{\max}}^{t} U\left(\boldsymbol{x}\left(\tau\right)\right)d\tau \quad U\left(\boldsymbol{x}\left(t\right)\right) = \rho^2\left(\boldsymbol{x}(t)\right) \quad (10)$$

リアプノフ関数の候補 V を $V = V_e + V_U$ と選ぶと $\dot{V}$ は (11) を満たす．

$$\dot{V} \le -\left(k_v - \frac{1}{2}\right)e^2 - k_v \mathrm{sat}(e)e + \frac{1}{2}\rho^2(\boldsymbol{x}(t)) + e\left[f\left(\boldsymbol{x},u\right)+\nu\right] \quad (11)$$

仮定 2 より $\partial f\left(\boldsymbol{x},u\right)/\partial u \neq 0$ であり，$\partial\nu/\partial u = 0$, $\partial\left(\frac{1}{2}\rho^2\left(\boldsymbol{x}(t)\right)\right)/\partial u = 0$ なので，(12) を得る．

$$\frac{\partial\left(\frac{1}{2}\rho^2\left(\boldsymbol{x}(t)\right) + e\left[f\left(\boldsymbol{x},u\right)+\nu\right]\right)}{\partial u} \neq 0 \quad (12)$$

ここで，$ef\left(\boldsymbol{x},u\right) + \left[e\nu + \frac{1}{2}\rho^2\left(\boldsymbol{x}(t)\right)\right] \triangleq ef\left(\boldsymbol{x},u\right) + \eta$ と定義する．このとき，陰関数定理より，次の (13) を満たすような理想制御入力 $u^*(\boldsymbol{z})$ が存在する．ただし，$\boldsymbol{z} = [\boldsymbol{x}(t), \eta, e]^T \in \Omega_{\boldsymbol{z}} \subset R^{n+2}$ である．

$$ef\left(\boldsymbol{x},u^*\right) + \eta = 0 \quad (13)$$

(13) の理想入力のもと，(11) より $k_v > \frac{1}{2}$ のとき，$\dot{V} \le 0$ となので，e は有界である．また，$\dot{e}$ も有界となるので，Barbalat の補題より，$\lim_{t\to\infty} e = 0$ となり，$\lim_{t\to\infty}|y(t) - y_d(t)| = 0$ を達成する．

4　NN コントローラ

理想入力 $u^*(z)$ は，連続関数なので (14) のように近似できる理想 NN が存在する．

$$u^*(\boldsymbol{z}) = u^*_{nn}(\boldsymbol{z}) + \varepsilon_u(\boldsymbol{z}) \quad (14)$$

ここで，$u^*_{nn}(\boldsymbol{z}) = \boldsymbol{W}^{*T}\boldsymbol{S}(\boldsymbol{z})$ であり，$\boldsymbol{W}^{*T}$ は理想の重み，$S(\boldsymbol{z})$ は基底関数，$\varepsilon_u(\boldsymbol{z})$ は NN 近似誤差である．

仮定 6 コンパクト集合 $\Omega_{\boldsymbol{z}} \subset R^{n+2}$ 上で，理想の NN 重み $\boldsymbol{W}^*$ は，*(15)* を満たし，正の定数 w_m が存在する．

$$\|\boldsymbol{W}^*\| \le w_m \quad (15)$$

今，$\hat{\boldsymbol{W}}$ を重みの推定値とし．(1) に対するコントローラを $\hat{u}_{nn}(\boldsymbol{z}) = \hat{\boldsymbol{W}}^T\boldsymbol{S}(\boldsymbol{z})$ とする．このとき，重みの更新則を (16) のように選ぶと追従誤差 $y(t) - y_d(t)$ を適当に小さくすることができる．

$$\begin{aligned}\dot{\hat{\boldsymbol{W}}} \;=\; & -\left(k_0\left\|\hat{\boldsymbol{W}}\right\| + k_1|e|^2 + k_2|e| + k_3\right)\boldsymbol{S}(\boldsymbol{z})e \\ & -\delta\left(\left\|\hat{\boldsymbol{W}}\right\| + |e|^2 + |e| + 1\right)\|\boldsymbol{S}(\boldsymbol{z})\|\,|e|\,\hat{\boldsymbol{W}} \quad (16)\end{aligned}$$

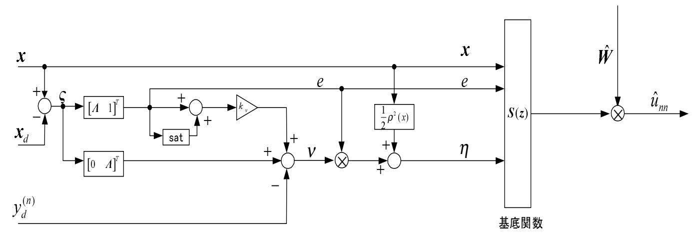

図 2: コントローラの構造

5　数値例

(17) のような非線形ノンアフィンシステムを考える．

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = x_1^2 + 0.15u^3 + 0.1(1+x_2^2)u + \sin(0.1u) \\ \qquad + \sin\left(x_1(t-1)\right) + \cos\left(x_2(t-0.5)\right) \\ y = x_1 \end{cases} \quad (17)$$

規範信号を $y_d = 0.2\sin(0.5t) + \cos(t)$，$\rho\left(\boldsymbol{x}(t-\tau_{\max})\right) = x_1^2(t-1) + x_2^2(t-1) + 4$ としてシミュレーションを行った．各パラメータは，$k_v = 10, k_0 = k_1 = k_2 = k_3 = 10$, $\delta = 13.5$，$\gamma = 0.03$，$\boldsymbol{\Lambda}$=3 とした．

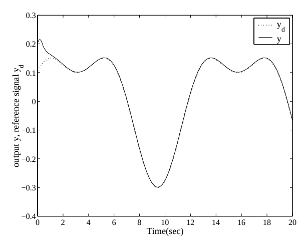

図 3: 追従性能

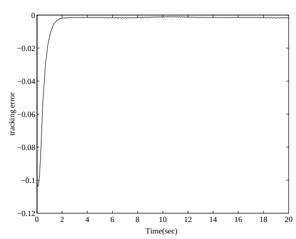

図 4: 追従誤差

6　結論

不確かなむだ時間と未知のパラメータを含む非線形ノンアフィンシステムに対して，オフラインでの学習を必要としない適応 NN 制御則を提案し，全システムが SGUUB となり，追従誤差が調節可能な集合に収束させることができることを明らかにした．また数値シミュレーションを通して，提案法の有効性を明らかにした．

参考文献

[1] S. S. Ge, C. C. Hang, T. Zhang,"Adaptive Neural Network Control of Nonlinear Systems by State and Output Feedback,"IEEE Trans. Syst, Man, Cybern. B, vol. 29, No. 6, Dec. 1999.

[2] S. S. Ge, C. C. Hang, T. H. Lee, "Adaptive Neural Control of Nonlinear Time-Delay Systems With Unknown Virtual Control Coefficients,"in Proc. IEEE Conf. Decision Contr.(CDC'02), Las Vegas, NV, 2002, pp. 961-966.