2003-04-01

システム結合表現を用いた分散システムの方法論
Methodology for Decentralized System using System Connection

80221333 阿久沢健 (Ken Akuzawa) Supervisor 大西公平 (Kouhei Ohnishi)

1　緒言

ロボットに代表される機械システムは閉環境における単純繰り返し動作のみならず，開環境における複雑な動作が要求されている．同時に，産業技術の発展に伴ったシステムの巨大化·複雑化は，その全体像の把握を困難にしている．本論文ではこれらの問題解決として分散システムを導入し，その方法論を論ずる．そして，分散システム内におけるサブシステム間の相互作用 (情報·影響の伝達) を "結合" という観点から捉え，結合状態の一般的な構造モデルを考察する．

2　システム結合の表現

分散システム内における複数サブシステム間の相互作用を図1のようなグラフを用いて表現する．まず，結合状態の構造モデルとして (1) 式に定義される行列要素を持つ結合行列 $\boldsymbol{T}$ を導入する．

$$t_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{サブシステム } j \text{ からサブシステム } i \\ & \text{への結合が存在するとき} \\ 0, & \text{それ以外} \end{cases} \tag{1}$$

この行列はサブシステム間の全ての相互作用を表す．例えば，図1に示すシステムの内部結合状態を表す結合行列は (2) 式となる．

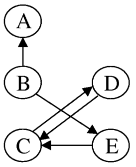

図 1: 結合システムの例

$$\boldsymbol{T} = \begin{array}{c} \\ A \\ B \\ C \\ D \\ E \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} A & B & C & D & E \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array} \tag{2}$$

3　階層構造

ブール代数演算則に基づいた結合行列の自乗により，その乗数の長さにおける結合 (有向路) の有無を知ることができる．結合行列 $\boldsymbol{T}$ に対し，ブール演算則に基づいて $\boldsymbol{T}^2, \boldsymbol{T}^3, \cdots, \boldsymbol{T}^k$ を加え合わせたとき，得られる行列はサブシステム間の長さ k 以下の結合全てを表す．これを可到達行列と呼び $\boldsymbol{M}_R$ で表す．

$$\boldsymbol{M}_R = \sum_{k=1}^{n-1} \boldsymbol{T}^k + \boldsymbol{I} \tag{3}$$

次に可到達行列を用いて，結合システムに含まれる階層情報を導出する．(4) 式により，可到達行列の行と列の入れ替えを行う．並び替え行列 $\boldsymbol{P}$ は $\boldsymbol{M}_R$ の列和の大きい順に上から1を振って作られる行列である．

$$\boldsymbol{M}'_R = \boldsymbol{P}\boldsymbol{M}_R\boldsymbol{P}^T \tag{4}$$

$$= \begin{array}{c} \\ B \\ E \\ C \\ D \\ A \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} B & E & C & D & A \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array} \tag{5}$$

これより，例えばサブシステム B が最上位の階層に位置することが分かる．外部入力に対し階層を変化させることで多様に対処することが可能になる．ここで C，D はサブシステム群としての環状構造であり，この部分を一つの階層と定義する．これはいわば結合 (情報·影響) のフィードバックであり，外乱抑制や環境適応という点で有効である．

4　一階層に対する評価指標

4.1　結合の集中度

システム (階層) を設計，解析する際にはその評価値が不可欠である．その指針として，線形変換系の漸近挙動を決定する最大固有値とそれに属する固有ベクトルが有効であることを論ずる．図2に階層の例と最大固有値 λ_{max}，各サブシステムに対応する固有ベクトル要素 x_i を示す．

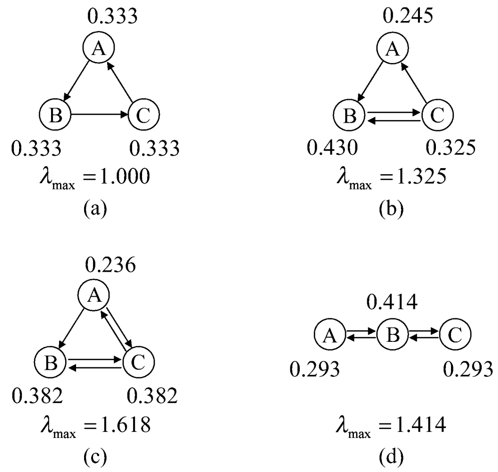

図 2: 三つのサブシステムからなる階層の例

図 2(a)-(d) より入力を多く受け入れるサブシステムの固有ベクトル要素の値が大きくなっていることが分かる．また，図 2(b)，(c) から，サブシステム A が出力を多くする方 (図 2(b)) が A の要素が小さくなっていることが分かる．これより結合数が多い階層は最大固有値が大きいということがいえる．以上をまとめると以下のようになる．

最大固有値$\cdots$階層全体に関する指標

- 結合の数
- 階層における結合の集中度

固有ベクトル$\cdots$サブシステムに関する指標

- サブシステムにおける結合の集中度
＝結合の分布

これらの指標を用いることにより，結合を一つのサブシステムに集める，もしくは平均化するなどといった結合の決定における指針をたてることが可能になる．

4.2 スペクトルモーメント

固有値による結合システムの評価値をもう一つ加える．結合行列の固有値 $[\lambda_1, \cdots, \lambda_n]$ は以下の式により，長さ k の閉じた結合の合計数を表すことができる．

$$tr\ \boldsymbol{T}^k = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i^k \tag{6}$$

これをスペクトルモーメントと呼ぶ．これは長さ k における各サブシステムに戻る結合の総数を表しており，階層全体の結合の伝播速度を表す指標としても有効であると考えられる．すなわち，固有値はシステム全体の特性を表すと考えられる．

5 サイクル構造とシステムの拡張性

5.1 サイクル構造と結合行列

結合行列に関して，同様の固有値を持つシステム同士は，同様のスペクトルモーメント，特性方程式を持つ．結合行列の特性方程式 P_G を以下の形で表す．

$$P_G(\lambda) = |\lambda \boldsymbol{I} - \boldsymbol{T}| = \lambda^n + a_1\lambda^{n-1} + \cdots + a_n \tag{7}$$

特性方程式の係数 a_i とシステムの構造は次に示す "有向グラフの係数定理" として関係付けられている．

有向グラフの係数定理：

a_i を (7) 式の特性方程式の係数とするとき

$$a_i = \sum_{L \in \mathcal{L}} (-1)^{p(L)}, \quad (i = 1, 2, \cdots, n).$$

ここで，$\mathcal{L}$ は i 個の頂点を持つ線形有向グラフ G の全てのサブグラフ L の集合であり，$p(L)$ は L の要素数 (L を構成するサイクルの数) を表す．

これはサイクル全体 (単数，または離れて存在する複数サイクル) に対し定義されるものである．簡単に，偶数個のサイクルの長さを加え合わせていった合計が i と等しいとき a_i に 1 を加え，反対に奇数個のサイクルの長さ加え合わせた合計が i と等しいとき a_i から 1 を減ずる，という加減法になる．

5.2 システムの拡張性

分散システムが外部への適応性を得るためには構造可変性だけでなく，システムの拡張・縮小性，すなわちサブシステム間の統合や分離の機能が不可欠である．そこで，特性方程式に基づくシステムの統合方法を示す．ここでは一つのサブシステムを接合部分として，システムを統合する．図 3 は (a)，(b) のシステムをサブシステム C を重ねて統合し，(c) のシステムを構成する例を示している．

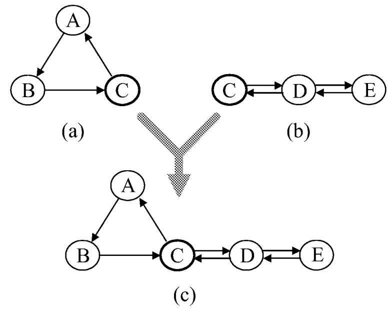

図 3: システムの統合 (接合部分:サブシステム C)

二つの特性方程式による乗算結果は，全てのサイクルが離れて存在する場合に得られる特性方程式と等しくなる．その計算結果から，次数の大きい分 (重ねるサブシステム数) だけ小さくする．図 3(a)，(b) の特性方程式をそれぞれ P_a，P_b とすると，以下の計算になる．

$$\begin{aligned} \frac{P_a \cdot P_b}{\lambda} &= (\lambda^3 - 1)\cdot(\lambda^3 - 2\lambda) \\ &= \lambda^5 - 2\lambda^3 - \lambda^2 + 2 \end{aligned} \tag{8}$$

乗算により余分に計算された，特性方程式係数に対するサイクル間の影響を有向グラフの係数定理に基づき消去する (加法，減法が逆になる)．この場合サイクル ABC と CD のため，係数 a_5 は -1 される ($a_5 = 2 - 1$)．最終的に全体の特性方程式 P_c を以下のように得ることができる．

$$P_c = \lambda^5 - 2\lambda^3 - \lambda^2 + 1 \tag{9}$$

この逆の手順によりシステムの分離も記述可能である．

6 結言

本論文では分散システム内部の結合状態に注目し，その構造モデル "結合行列" を定義した．これに基づき階層構造，一階層の評価指針，その拡張性について述べた．

参考文献

[1] K. Akuzawa and K. Ohnishi, "Design Indices for Information Connection in Decentralized System" IEEE Conf., IECON'03, pp.2417-2422.