

サポートベクトル法による非線形回帰予測

80021447 江田 敏征

指導教員 佐野 昭

1 まえがき

入出力観測データからのプロセスモデリングの問題は、非線形回帰問題やシステム同定などにおける多くの分野の目的になっている。例として、ある未知非線形システムの逆モデルの構築や非線形圧延プラントの同定等が挙げられる。

本論文では、Vapnik 等によって提案された統計的学習理論の枠組みの中で有力な学習方法であるサポートベクトルマシン (Support Vector Machine ; SVM) [1][2] を拡張して回帰問題に適用できる Support Vector Regression (SVR) [3] を取り上げ、実時間で効率良く解く逐次形アルゴリズムを提案する。

また、デジタル移動体通信の分野における増幅器の非線形歪補償問題と熱間圧延プラントの圧延荷重予測問題を提案手法を用いて解くシミュレーションを行う。

2 SVR 問題

m 入力 1 出力の未知非線形回帰 $f: \mathbf{x} \mapsto y$ があり、いま入出力トレーニングデータ $(\mathbf{x}_1, y_1), \dots, (\mathbf{x}_n, y_n)$, $\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^p$, $y_i \in \mathbb{R}$ が与えられているとする。このとき、トレーニングデータを用いてこの非線形回帰を近似する関数 $SVR: f(\mathbf{x}, \boldsymbol{\alpha}) = \sum_{i=1}^n \alpha_i K(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i)$ を求める問題に対して、SVR 問題では、

$$\max_{\boldsymbol{\alpha}} \sum_{i=1}^n y_i \alpha_i - \varepsilon \sum_{i=1}^n |\alpha_i| - \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n \alpha_i \alpha_j (K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) + \frac{1}{C} \delta_{ij}) \quad (1)$$

となる。トレーニングデータが多い場合、この問題を解くには非常に多くの時間を費やしてしまう。そこで次に、この問題を効率良く解く逐次形アルゴリズムを提案する。

提案アルゴリズム

Step.1 トレーニングデータからある個数 (n_{sv}) のデータを取り出し、この総てをサポートベクトルとし

$$\boldsymbol{\alpha}_{n_{sv}} = \left(\mathbf{K}_{n_{sv}} + \frac{I}{C} \right)^{-1} \mathbf{y}_{n_{sv}} \quad \mathbf{S} \leftarrow \text{sign}(\boldsymbol{\alpha}_{n_{sv}}) \quad (2)$$

の計算をし、その後 Step.2 へ。ただし、 $\mathbf{K}_{n_{sv}}$ は n_{sv} 個のサポートベクトルによるカーネル行列である。

Step.2 $\boldsymbol{\eta}$ を計算し、 $\boldsymbol{\eta}$ の要素の中で 0 以上で最も小さい要素 η_i が 1 以上のとき Step.7 へ。そうでなければ、Step.3 へ。

$$\boldsymbol{\eta} = -\boldsymbol{\alpha}_{n_{sv}} \cdot \left(\left(\mathbf{K}_{n_{sv}} + \frac{I}{C} \right)^{-1} (\mathbf{y}_{n_{sv}} - \varepsilon \mathbf{S}) - \boldsymbol{\alpha}_{n_{sv}} \right) \quad (3)$$

Step.3 $\boldsymbol{\alpha}_{n_{sv}}$ を更新し、その後、 (\mathbf{x}_i, y_i) をサポートベクトルから外し、 $\mathbf{S} \leftarrow [S_1, \dots, S_{i-1}, S_{i+1}, \dots, S_{n_{sv}}]^T$
 $n_{sv} \leftarrow n_{sv} - 1$ を行い、Step.2 へ。

$$\boldsymbol{\alpha}_{n_{sv}} \leftarrow \boldsymbol{\alpha}_{n_{sv}} + \eta_i \left(\left(\mathbf{K}_{n_{sv}} + \frac{I}{C} \right)^{-1} (\mathbf{y}_{n_{sv}} - \varepsilon \mathbf{S}) - \boldsymbol{\alpha}_{n_{sv}} \right)$$

Step.4 新しいデータセット (\mathbf{x}_s, y_s) をえる。Step.5 へ。

Step.5 $|y_s - \sum_{i=1}^{n_{sv}} \alpha_i K(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_i)| \leq \varepsilon'$ ならば Step.4 へ。そうでなければ、 $n_{sv} \leftarrow n_{sv} + 1$ とし、Step.6 へ。

Step.6

$\boldsymbol{\alpha} \leftarrow [\boldsymbol{\alpha}^T \ 0]^T$, $\mathbf{S} \leftarrow [\mathbf{S}^T \ \text{sign}(y_s - \sum_{i=1}^{n_{sv}} \alpha_i K(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_i))]^T$ を行う。その後 Step.2 へ。計算に用いるデータセットは $(\mathbf{x}_1, y_1), \dots, (\mathbf{x}_{n_{sv}}, y_{n_{sv}}), (\mathbf{x}_s, y_s)$ である。

Step.7 次式により $\boldsymbol{\alpha}$ を決定し、その後 Step.2 へ。

$$\boldsymbol{\alpha}_{n_{sv}} \leftarrow \left(\mathbf{K}_{n_{sv}} + \frac{I}{C} \right)^{-1} (\mathbf{y}_{n_{sv}} - \varepsilon \cdot \text{Sign}) \quad (4)$$

補足: ./

$$[x_1/y_1, \dots, x_n/y_n]^T = [x_1, \dots, x_n]^T \quad ./ \quad [y_1, \dots, y_n]^T$$

3 適用例

3.1 非線形歪補償問題

送信系全体で線形性を確保したまま、電力増幅器の電力効率を向上させるために、増幅器の非線形歪を補償するプリディストーション法を提案する。SVR を用いた非線形歪補償器の構成を図 1 に示す。増幅器 (High Power Amplifier ; HPA) によって増幅された信号 $y(t)$ が SVR への入力信号 $k \cdot u(t)$ になるように SVR を学習させる。SVR によりプリディストーションされた後の信号を $x(t)$ 、遅延を d 、白色雑音を $n(t)$ 、増幅率を k とおいている。

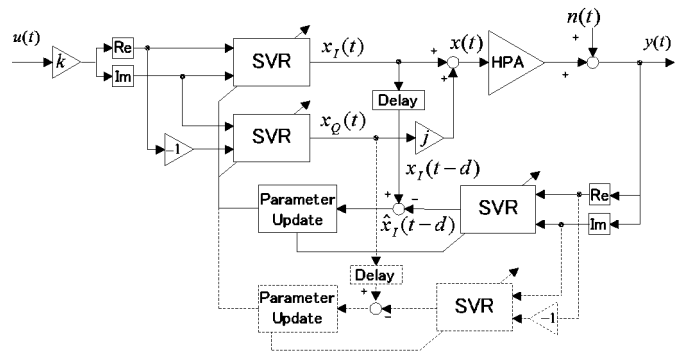


図 1: SVR を用いた非線形歪補償器の構成

ここでは、SVR を用いた非線形歪補償のシミュレーションを行う。パラメータおよびシミュレーション条件を以下に示す。

OFDM 信号のパラメータ

変調方式	64QAM-OFDM
FFT サイズ	2048
キャリア数	1405

カーネル関数

$$\text{ガウシアン関数} : K(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = \exp\left(-\frac{\|\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2\|^2}{\sigma^2}\right) \quad (5)$$

増幅器の振幅, 位相特性

$$\text{振幅特性} : \frac{|x|}{(1 + |x|^6)^{1/6}} \quad \text{位相特性} : \frac{\pi}{3} \frac{|x|^2}{1 + |x|^2} \quad (6)$$

各パラメータ

$$\varepsilon = 5 \cdot 10^{-5}, \quad \varepsilon' = 5 \cdot 10^{-5}, \quad \sigma = 0.8 \\ C = 10^8, \quad k = 2.6, \quad \text{トレーニングデータ} : 4000$$

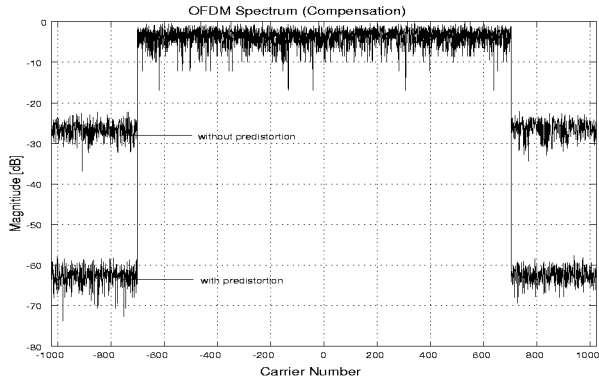


図 2: スペクトル

図 2 にプリディストーションした場合としない場合の送信信号のスペクトルを示した。シミュレーションでは、 $-702 \sim 702$ の範囲のキャリアだけに情報を乗せているので、情報を乗せていないキャリア部分のスペクトルは小さくなるのが望ましい。図 2 を見るとプリディストーションしなかった場合はスペクトルの差は約 25dB であるが、プリディストーションした場合はスペクトルの差は約 60dB である。よって、プリディストーションしなかった場合と比べてした場合は約 35dB 改善していることがわかる。

3.2 熱間圧延における荷重予測

熱延鋼板の先端部の板厚精度を向上させるためには、仕上げ圧延機のセットアップ計算における高精度な荷重予測が必要になるが、鋼種（炭素含有量など）、温度、入力板厚、圧延荷重など様々な条件により変化するために特定のモデルを構築することは難しい。そこで、熱間圧延の実データを用いて SVR により荷重予測を行い、先ほど提案したアルゴリズムの有効性を示す。

ここでは、入手可能なデータのうち、入側板厚、圧下量、板厚、温度を入力として用いて圧延荷重の予測を行う。しかし、各データは単位などが異なるのでそれぞれの公称標準偏差 σ_{x_i} ・公称平均値 \bar{x}_i を用いて次式により正規化する。

$$x_i \leftarrow \frac{x_i - \bar{x}_i}{\sigma_{x_i}} \quad (7)$$

データセット 811 個ある中の 100 個をトレーニングデータとして SVR の学習に用いるシミュレーションを行う。SVR のカーネル関数はガウシアン関数を用いる。

各パラメータ

$$\varepsilon = 150, \quad \varepsilon' = 150, \quad \sigma = 4, \quad C = 10$$

表 1 に数式モデルと提案法での予測誤差の標準偏差を示す。また、図 3 には予測誤差をプロットした図を示し、図 4 には予

測誤差のヒストグラムを示す。サポートベクトルの個数は 64 個であった。表 1, 図 3, 図 4 から、提案法は数式モデルより良い予測結果が得られていることがわかる。

表 1: 提案法と数式モデルの予測誤差の標準偏差

提案法	データ範囲	標準偏差
提案法 : トレーニングデータ	(1 ~ 100)	287
提案法 : テストデータ	(101 ~ 811)	343
数式モデル	(1 ~ 811)	446

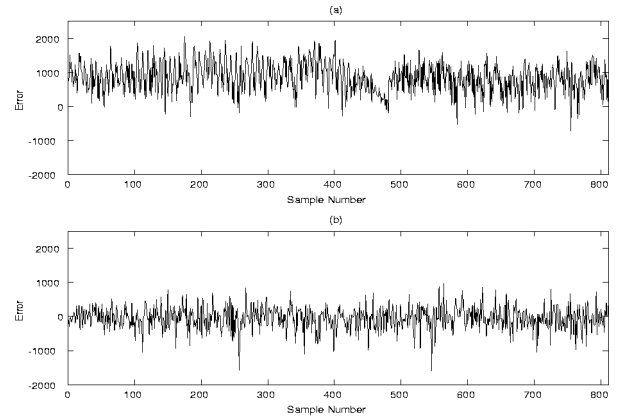


図 3: 予測誤差 (a) 数式モデル (b) 提案法

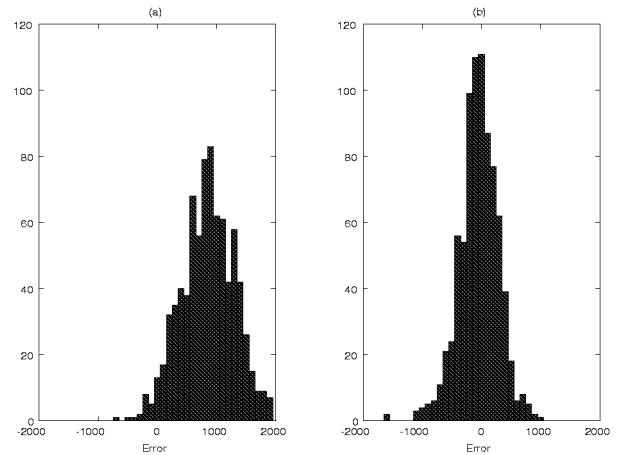


図 4: 予測誤差のヒストグラム (a) 数式モデル (b) 提案法

4 結論

本論文では、SVR 問題を解く計算アルゴリズムを提案した。また、それを用いた非線形歪補償問題および圧延荷重の予測問題においてシミュレーションを行い本手法の有効性が確認できた。

参考文献

- [1] V. N. Vapnik : The Nature of Statistical Learning Theory, Springer-Verlag, New York (1995)
- [2] V. N. Vapnik : Statistical Learning Theory, J. Wiley & Sons, New York (1998)
- [3] N. Cristianini, J. Shawe-Taylor : An Introduction to Support Vector Machines, Cambridge University Press, 2000.