

受動性に基づく出力フィードバックによるカオスシステムの同期

学籍番号 80023280 山田将史 指導教員 国松昇

1 概要

複数のサブシステムの状態が等しくなる現象を同期という。互いに異なるシステムがカオス状態で同期することは、カオスが初期値敏感性、軌道不安定性を有するために困難であると考えられていた。しかし Pecora と Carroll がカオス同期システムの構成法を提案して以降、様々なカオス同期制御法が研究されるようになった。

ここでは、受動性の概念を用いてカオス同期を達成させる方法を提案する。

2 受動性について

従来から制御系の安定性解析のための有効な道具とされてきたものにリアプノフ安定性理論があるが、受動性という概念はリアプノフ安定性の拡張といえるものである。リアプノフ安定性が外部入力为零の場合にシステムのエネルギーが減衰することから平衡点の安定性を論じているのに対して、受動性の概念は外部入力がある場合に、システムの内部エネルギーと外部入力によりシステムに加えらるエネルギーとの総和が減衰することに焦点を当てた概念である。

以下のように記述される非線形系を考える。

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + g(x)u \\ y &= h(x) \end{aligned} \quad (1)$$

ただし、 $x(t) \in R^n, u \in R^m, y(t) \in R^m$, $f: R^n \rightarrow R^n, g: R^n \rightarrow R^{n \times m}$ は滑らかなベクトルおよび行列関数で $f(0) = 0$ 。また $h: R^n \rightarrow R^m$ は滑らかなベクトル関数。

定義 1 連続な準正定関数 $V(x)$ が存在し、

$$\begin{aligned} V(x(t), t) - V(x(t_0), t_0) \\ \leq \int_{t_0}^t w(u(s), y(s)) ds \end{aligned} \quad (2)$$

が成り立つとき、系 (1) は消散的であるという。

ここで、 $V(x)$ を蓄積関数、 $w(u, y)$ を供給率、不等式 (2) を消散不等式という。

定義 2 系 (1) が供給率 $w(u, y) = u^T y$ と蓄積関数 $V: V(0, t) = 0, \forall t \geq 0$ に関して消散的であるとき、系 (1) は受動的であるという。

定義 3 $u(t) = 0$ かつ $y(t) = 0, \forall t \geq 0$ のとき、 $x(t) \rightarrow 0$ ならば、系 (1) は零状態可検出であるという。

系 (1) が受動的でかつ零状態可検出ならば、適切なセクタ条件を満たす出力フィードバックを施すと閉ループ系は平衡点 $x = 0$ において漸近安定となる。

3 問題設定

カオス的な振舞いをする受動的なシステムを 2 つ用意する (master, slave)。2 つのシステムの間パラメータの不一致や初期値の相違があるときに、出力フィードバックによって一方を規範として他方がそれに同期するようなモデル

を考える (Fig.1)。

$$\begin{aligned} \text{master system} & \quad \begin{cases} \dot{x}_m = f_m(x_m) \\ y_m = h_m(x_m) \end{cases} \\ \text{slave system} & \quad \begin{cases} \dot{x}_s = f_s(x_s) + g_s(x_s)u \\ y_s = h_s(x_s) \end{cases} \end{aligned}$$

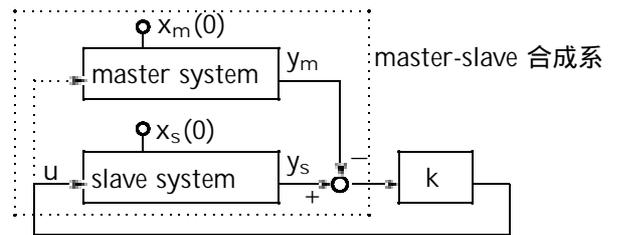


図 1: 対象としたシステムのブロック線図

ここで $x_i \in R^n, i = m, s$

4 解析の手順

全体のシステム (master-slave(以下 m-s) 合成系) の解析の手順は次の様である。

1. m-s 両方のシステムの状態方程式をそれぞれ normal form に変換したのち、蓄積関数 V_m, V_s を構築する。
2. m-s 合成系における蓄積関数 V を $V = V_m + V_s$ とし、消散的であることを確認する。
3. master, slave の誤差についてリアプノフ関数を構築し、フィードバックゲイン k の範囲を求める。

5 結果

ローレンツ・モデルからなる m-s 合成系に出力フィードバックを施すことにより master system に slave system が同期することが確認できた。

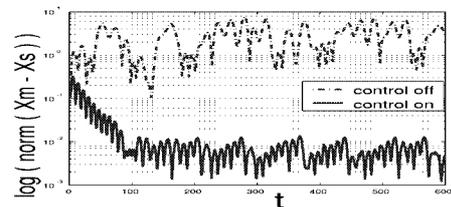


図 2: master-slave 間の誤差

参考文献

- [1] A.L.Fradakov and A.Y.Pogromsky, Introduction to Control of Oscillations and Chaos, World Scientific, 1998.
- [2] J.A.K.Suykens, P.F.Curran and L.O.Chua, Robust Synthesis for Master-Slave Synchronization of Lur'e Systems, IEEE Trans.Circuits Syst., vol.46, no.7, 841-850, 1999.