2001-05-5

双線形系に対する適応制御系の設計法

80022952 細井戸 隆博　　　指導教員 大森 浩充

1　はじめに

非線形システムの一つに「双線形システム」が存在する．双線形システムは，線形システムとは異なる数多くの特徴を有し，多くの重要な制御対象がモデル化されている．また，環境や動作条件により変動する制御対象の動特性の不確かさを補う制御手法として適応制御が存在する．制御対象に含まれる未知パラメータは一定値と仮定されているが，現実には非線形な信号となる場合が多い．そこで，本論文では，ダイナミクスが既知の外部入力に依存するような不確かさを含む双線形システムに対する適応制御系の構成法について提案する．さらに，本手法の有効性をシミュレーションによって示す．

2　問題設定と誤差システムの導出

次の制御対象 P，規範モデル M，外部発生器 W を考える．

$$P \quad : \quad \dot{\boldsymbol{x}}(t) = \boldsymbol{A}(\boldsymbol{\omega},\boldsymbol{\mu})\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{B}\boldsymbol{x}(t)u(t) + \boldsymbol{b}u(t) \tag{1}$$

$$M \quad : \quad \dot{\boldsymbol{x}}_M(t) = \boldsymbol{A}_M\boldsymbol{x}_M(t) + \boldsymbol{b}_M r(t) \tag{2}$$

$$W \quad : \quad \dot{\boldsymbol{\omega}}(t) = \boldsymbol{S}\boldsymbol{\omega}(t) \tag{3}$$

ここで，y は制御出力，u は制御入力，r は規範入力，$\boldsymbol{\omega}$ は外部信号，$\boldsymbol{\mu}$ は未知パラメータとする．ここで次のような仮定を定義する．制御対象に関して A1) 状態 $\boldsymbol{x}$ は入手可能，相対次数 $\gamma = 1$，さらに $\boldsymbol{\mathcal{P}}$ はコンパクト集合を表し，$\boldsymbol{\mu} \in \boldsymbol{\mathcal{P}} \subset \Re^p$ であり既知とする．外部発生器に関しては，A2) $\boldsymbol{S}$ はポアソン安定とし，$det(s\boldsymbol{I} - \boldsymbol{S})$ は既知とする．また $\boldsymbol{\mathcal{W}}$ はコンパクト集合を表し，$\boldsymbol{\omega} \in \boldsymbol{\mathcal{W}} \subset \Re^d$ であり既知とする．今回，本論文において考える問題は，制御誤差 $\boldsymbol{e}(t) = \boldsymbol{x}(t) - \boldsymbol{x}_M(t)$ を零にするような制御入力 $u(t)$ を構成することである．

次に誤差システムの導出を行う．P,M,W とマッチング条件 (A4)，制御入力 (4) 式より最終的に誤差システムは (5) 式のように導出することができる．

A4) マッチング条件：$\boldsymbol{A} - \boldsymbol{A}_M = \boldsymbol{b}_M\boldsymbol{\theta}_1{}^T$，$\boldsymbol{B} = \boldsymbol{b}_M\boldsymbol{\theta}_{21}^T$，$\boldsymbol{b} = \boldsymbol{b}_M\theta_{22}$ を満たす $\boldsymbol{\theta}_1 \in \Re^n, \boldsymbol{\theta}_{21} \in \Re^n, \theta_{22} \in \Re$ が存在する．

$$\text{制御入力} \quad : \quad u = \frac{1}{\hat{\boldsymbol{\theta}}_{21}^T\boldsymbol{x} + \hat{\theta}_{22}}(r - \hat{\boldsymbol{\theta}}_1^T\boldsymbol{x}) \tag{4}$$

$$\text{誤差システム} \quad : \quad \dot{\boldsymbol{e}} = \boldsymbol{A}_M\boldsymbol{e} + \boldsymbol{b}_M[\ (\boldsymbol{\theta} - \hat{\boldsymbol{\theta}})^T\boldsymbol{\xi}\ ] \tag{5}$$

ただし，$\hat{\boldsymbol{\theta}} = [\ \hat{\boldsymbol{\theta}}_1^T, \hat{\boldsymbol{\theta}}_{21}^T, \theta_{22}\ ]^T$ は，$\boldsymbol{\theta} = [\ \boldsymbol{\theta}_1^T, \boldsymbol{\theta}_{21}^T, \theta_{22}\ ]^T$ に対するパラメータ適応則，$\boldsymbol{\xi} = [\ \boldsymbol{x}^T, \boldsymbol{x}^T u, u\ ]^T$ である．

3　パラメータ適応則の導出

$\boldsymbol{\theta}(\boldsymbol{\omega},\boldsymbol{\mu}) = [\ \theta_{11}(\boldsymbol{\omega},\boldsymbol{\mu}), \cdots, \theta_{1n}(\boldsymbol{\omega},\boldsymbol{\mu})\ ]^T$ とおき，次のような仮定を設ける．

A5)．ある実数の集合 $a_j (j = 0, \cdots, q-1)$ とすべての $\theta_{1i}(\boldsymbol{\omega},\boldsymbol{\mu})$，$(i = 1, \cdots, n)$ に対して次式を満たす恒等式が成立する．

$$L_S^q\theta_{1i}(\boldsymbol{\omega},\boldsymbol{\mu}) + \sum_{j=0}^{q-1} a_j L_S^j\theta_{1i}(\boldsymbol{\omega},\boldsymbol{\mu}) = 0 \tag{6}$$

さらに (6) 式に対する状態空間表現を行ない，相似変換を経て次の定理を得る．

[定理]：P,M,W に対して次に与えられる内部モデル (7) 式，パラメータ適応則 (8),(9),(10) 式，Lyapunov 関数 (11) 式を用いることにより，閉ループ系の大域的漸近安定性を保証することができる．

$$\dot{\boldsymbol{\eta}}_i = \bar{\boldsymbol{\Phi}}_i\boldsymbol{\eta}_i + \bar{\boldsymbol{\Gamma}}_{1i}\hat{\theta}'_{1i}\ ,\ \hat{\theta}'_{1i} = \boldsymbol{b}_M^T\boldsymbol{P}\boldsymbol{e}x_i\ ,\ (\bar{\boldsymbol{\Phi}}_i = \bar{\boldsymbol{\Phi}}_i^*) \tag{7}$$

$$\hat{\theta}_{1i} = \bar{\boldsymbol{\Gamma}}_{1i}^T\boldsymbol{\eta}_i \quad (i = 1, \cdots, n) \tag{8}$$

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{21} = \bar{\boldsymbol{\Gamma}}_{21}\boldsymbol{x}\boldsymbol{b}_M^T\boldsymbol{P}\boldsymbol{e}u \quad , \quad \hat{\theta}_{22} = \bar{\gamma}_{22}\boldsymbol{b}_M^T\boldsymbol{P}\boldsymbol{e}u \tag{9}$$

$$\boldsymbol{A}_M^T\boldsymbol{P} + \boldsymbol{P}\boldsymbol{A}_M = -\boldsymbol{Q}\ ,\ \boldsymbol{P} = \boldsymbol{P}^T > 0 \quad , \quad \boldsymbol{Q} > 0 \tag{10}$$

$$V = \frac{1}{2}\boldsymbol{e}^T\boldsymbol{P}\boldsymbol{e} + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\tilde{\boldsymbol{\eta}}_i^T\tilde{\boldsymbol{\eta}}_i + \frac{1}{2}\tilde{\boldsymbol{\theta}}_{21}^T\bar{\boldsymbol{\Gamma}}_{21}^{-1}\tilde{\boldsymbol{\theta}}_{21} + \frac{1}{2\bar{\gamma}_{22}}\tilde{\theta}_{22}^2 \tag{11}$$

ここで，$\bar{\boldsymbol{\Phi}}_i$ は $\theta_{1i}(\boldsymbol{\omega},\boldsymbol{\mu})$ のダイナミクスを含む．

4　数値例

$$P : \dot{x} = (\mu_1\omega_{11}^2 + \mu_2\omega_{12} + \mu_3)x + b_1xu + b_2u \tag{12}$$

$$M : \dot{x}_M = -2x_M + 3r\ ,\ r = sin2t + 2sin0.5t \tag{13}$$

$$W : \dot{\omega}_{11} = \omega_{12}\ , \dot{\omega}_{12} = -\omega_{11} \tag{14}$$

$$b_1 = 2.0, b_2 = 3.0, x(0) = 2.0, x_M(0) = -1.0, p = 0.80 \tag{15}$$

$$\hat{\theta}_1(0) = -1.0, \hat{\theta}_{21}(0) = 1.5, \hat{\theta}_{22}(0) = 1.5 \tag{16}$$

$$\gamma_{21} = \gamma_{22} = 0.55, \mu_1 = 1.0, \mu_2 = 2.0, \mu_3 = 1.0 \tag{17}$$

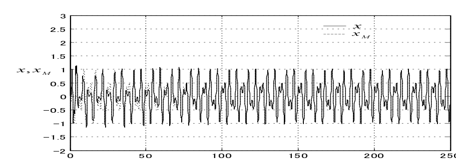

図 1: x,x_M の結果

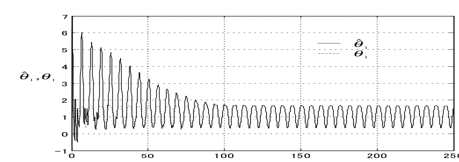

図 2: $\hat{\theta}_1$,θ_1 の結果

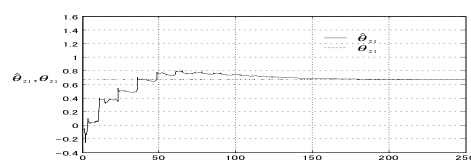

図 3: $\hat{\theta}_{21}$,θ_{21} の結果

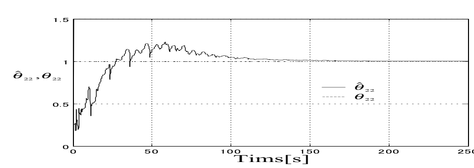

図 4: $\hat{\theta}_{22}$,θ_{22} の結果

5　結論

不確かさが存在する制御対象に，ダイナミクスが既知の外部入力が影響するような双線形システムに対する適応制御系の構成法について提案し，平衡点 $\boldsymbol{e}, \tilde{\boldsymbol{\theta}} = \boldsymbol{0}$ に対する非線形系の大域的一様漸近安定性の証明を行なった．