2001-05-3

任意相対次数の系に対する繰返し制御系の設計法

80022887 藤岡 努　　指導教員 大森 浩充

1 はじめに

本論文では，バックステッピング法 [1] を繰返し制御 [2] に用いることにより，任意の相対次数を有する制御対象の繰返し制御系設計問題を相対次数が 1 の制御対象に対する設計問題に帰着し，出力誤差を有界にするための構造化特異値の条件を求め，追従特性の劣化を防ぐ手法を提案する．

2 問題設定

次の 1 入出力連続時間線形システムを考える．

$$y = Gu \tag{1}$$

ここで，y は出力，u は入力である．G は最小位相系で，相対次数 ρ と $G(j\omega_i)$，$(i = 1, \cdots, \infty)$ は既知とする．偏差は

$$z_1 \triangleq y_d - y \tag{2}$$

のように定義される．ただし，y_d は目標値であり，次式のように周期 L で繰り返すものとする．

$$y_d(t + L) = y_d(t),\ \ \forall t \tag{3}$$

ここで考える問題は，偏差 z_1 をできるだけ小さくする入力 u を繰返し制御系として発生させることである．

3 相対次数 ρ 次の場合の設計法

(1) 式は次のように別表現できる．

$$y = G_1 u_{f_{\rho-1}},\ \ G_i = \frac{k_i}{s + \lambda_i},\ \ (i = 2, \cdots, \rho) \tag{4}$$

$$u_{f_i} \triangleq \left(\prod_{j=1}^{i} G_{\rho-(j-1)}\right) u_{f_0},\ \ u_{f_0} = u,\ \ G = \prod_{i=1}^{\rho} G_i \tag{5}$$

ただし $\lambda > 0$ とし，G_1 は任意の相対次数 1 の伝達関数である．ここで，仮想入力として α_1 を定義する．

$$\alpha_1 \triangleq \left(\beta_1 + \frac{q_1 e^{-Ls}}{1 - q_1 e^{-Ls}}\right) z_1 \tag{6}$$

ただし，β_1 は定数，$q_1(s) \in RH_\infty$ である．もし，$\rho = 1$ ならば，$u_{f_0} = u = \alpha_1$ とし，$\rho \neq 1$ ならば，次のステップに進む．次の仮想偏差を次式のように定義する．

$$z_2 \triangleq \alpha_1 - u_{f_{\rho-1}} \tag{7}$$

ここでは，z_2 が小さくなるように，次の仮想入力を考える．

$$\alpha_2 = \left(\beta_2 + \frac{q_2 e^{-Ls}}{1 - q_2 e^{-Ls}}\right) z_2 \tag{8}$$

$$z_3 = \alpha_2 - u_{f_{\rho-2}} \tag{9}$$

同様の逐次設計を $u_{f_0} = u = \alpha_\rho$ となるまで続ける．ここで得られたシステムからむだ時間要素 e^{-Ls} からなる $\rho \times \rho$ の対角行列を取り出したフィードバック系にスモールゲイン定理を適用すると，次の主定理を導くことができる．

（定理）

(1) 式の制御対象に，(3) 式の目標値を考えたとき，ρ ステップの繰返し制御を用いる．

$$u = \alpha_\rho \tag{10}$$

$$\alpha_i = \left(\beta_i + \frac{q_i e^{-Ls}}{1 - q_i e^{-Ls}}\right) z_i \tag{11}$$

$$z_i = \alpha_{i-1} - u_{f_{\rho-i+1}},\ \ (i = 2, \cdots, \rho) \tag{12}$$

このとき，

$$M \in RH_\infty \tag{13}$$

$$\|\mu_\Delta(M)\|_\infty < 1 \tag{14}$$

なる条件と $\|q_k\|_\infty < 1,\ \ k = 1, \cdots, \rho$ が満たされているならば z_1 は有界となる．ここで，M はむだ時間要素 e^{-Ls} からなる $\rho \times \rho$ の対角行列をシステムから取り出して得た $\rho \times \rho$ の行列である．また，$\mu_\Delta(M)$ は M の構造化特異値である．つまり，(13) 式と (14) 式を満足するように $\beta_1, \cdots, \beta_\rho$，$q_1, \cdots, q_\rho$，$\lambda_1, \cdots, \lambda_{\rho-1}$ を選べば z_1 は有界となる．このとき，追従性は q_i を 1 に近く，β_i と λ_i を大きく設定すると良くなり，安定条件は q_i を 1 から遠く，β_i と λ_i を大きく設定すると満たされやすくなることが分かった．

4 シミュレーション結果

以下の制御対象についてシミュレーションを行い，従来法と本手法による結果の比較を行う．目標入力は周期 2 秒，振幅 1 の三角波とした．q，β 等の値については，従来法において $q = \frac{1\times10^6}{s^3+2\times10^2 s^2+2\times10^4 s+1\times10^6}$，$\beta = 50$ と設定し，本手法において $q_1 = q_2 = q_3 = \frac{100}{s+100}$，$\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 100$, $G_2 = G_3 = \frac{5}{s+5}$ と設定した．制御対象を次式とする．

$$G(s) = \frac{40(s+6)}{s^4 + 24s^3 + 71s^2 + 154s + 120} \tag{15}$$

ここで，$\mu_\Delta(M) = 0.9996$ であった．図 1 においては上段が従来法，下段が本手法による結果であり，点線が目標入力 y_d，実線が出力 y，一点鎖線が入力 u である．図 1 より，従来法が発散しているのに比べ，本手法は良い追従性が得られていることが分かる．

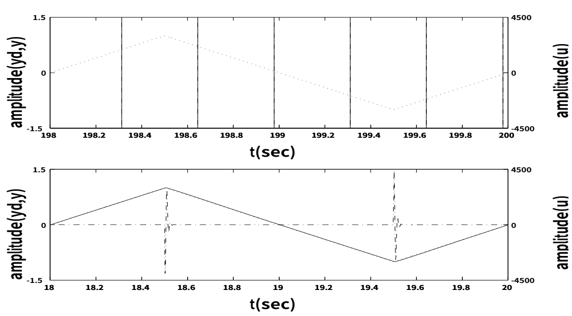

図 1: シミュレーション結果

5 結論

本稿では，任意の相対次数に関する繰返し制御において追従特性の劣化という問題に対してバックステッピング手法を用いることにより，相対次数が 1 の制御対象の設計問題に帰着させ，追従特性の劣化の防ぐ方法を提案した．

参考文献

[1]Miroslav Kristic, Nonlinear Design of Adaptive Controllers for Linear Systems, IEEE Transactions on Automatic Control, vol.39, no.4, April 1994.

[2] 中野道雄，井上 悳，山本 裕，原 辰次; 繰返し制御, コロナ社，1989 年 12 月.